

52ste Internationale Wiskunde Olympiade 2011

Bart Windels

Laten we het maar meteen zeggen zoals het is : België behaalde dit jaar op de Internationale Wiskunde Olympiade (IMO) vier medailles en dat is een puike prestatie. Zoveel eremetaal is al geleden van de IMO in Bombay in 1996.

Een pluim, dus, voor het volledige Belgische team ! Ook een pluim voor het Vlaamse wiskundeonderwijs, dat onze jongelingen blijkbaar zó goed voorbereidt, dat enkel nog een beperkte IMO-training nodig is om internationaal goed te kunnen scoren. Toch ook een pluim voor de *Vlaamse Wiskunde Olympiade v.z.w.*, die de jongelui op een objectieve en olympische manier selecteert en die de nodige extra-training organiseert.

Van 13 tot 24 juli 2011 organiseerde Nederland de 52ste internationale wiskundeolympiade in Amsterdam. De voorbereidende vergaderingen van de jury, die de vragen selecteert en vertaalt, vonden plaats in Eindhoven.



Logo van de 52ste IMO te Amsterdam, Nederland

Aan deze IMO namen 101 landen deel, net iets minder dus dan de 104 van 2009 in Duitsland, maar meer dan de 97 van 2010 in Kazachstan. Het is sowieso een enorme organisatie : 564 deelnemende leerlingen (van wie slechts 57 meisjes, maar dat terzijde), 101 teamleiders en bij-

na even veel deputy teamleiders, een honderdtal lokale organisatoren en coördinatoren en nog tientallen *observers* : je moet het maar doen. Maar onze noorderburen deden het en ze deden het goed. De Nederlandse organisatie verliep – zoals verwacht – op wieltjes. Veel voorafgaand denkwerk en een gedetailleerd uitgewerkt draaiboek van meer dan 500 pagina's, zorgden voor een feilloze en moderne organisatie.

Deelname aan de IMO impliceert dat een land een trainingsprogramma voor de internationale olympiade aanbiedt én dat het land een goed werkende nationale olympiade heeft. Wij hebben er zo zelfs twee : de *Vlaamse Wiskunde Olympiade* in Vlaanderen en de *Olympiade Mathématique Belge* in Wallonië.

Zoals elk jaar bestond de IMO uit 6 vragen, gespreid over twee dagen. Zelfs de zogenaamd 'gemakkelijke' vragen, die op plaatsen 1 en 4 staan, zijn van een niet te onderschatten moeilijkheidsgraad.



Eerste dag : maandag 18 juli 2011

Opgave 1

Voor een verzameling $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ van vier verschillende positieve gehele getallen (verschillend van nul) noteren we de som $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ als s_A . We schrijven n_A voor het aantal paren (i, j) met $1 \leq i < j \leq 4$ waarvoor $a_i + a_j$ een deler is van s_A .

Bepaal alle verzamelingen A van vier verschillende positieve gehele getallen (verschillend van nul) met de grootst mogelijke waarde van n_A .

Opgave 2.

Zij S een eindige verzameling van ten minste twee punten in het vlak, waarvan er geen drie op één lijn (rechte) liggen. Een *windmolen* is een proces dat begint met een lijn (rechte) ℓ die door één punt P van S gaat. De lijn draait met de klok mee om het draaipunt P tot er voor het eerst een ander punt van S op deze lijn komt te liggen ; we noemen dit punt Q en dit wordt het nieuwe draaipunt. We zeggen dan dat Q een *klap van de molen krijgt*. De lijn draait nu met de klok mee om Q , totdat opnieuw een punt van S een klap van de molen krijgt. De windmolen deelt zo oneindig veel klappen uit.

Laat zien dat we een punt P van S en een lijn ℓ door P kunnen kiezen zodat er een windmolen ontstaat waarbij elk punt van S oneindig veel klappen van de molen krijgt.

Opgave 3.

Zij $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die voldoet aan $f(x+y) \leq yf(x) + f(f(x))$ voor alle reële getallen x en y .

Bewijs dat $f(x) = 0$ voor alle $x \leq 0$.

Beschikbare tijd : 4 uur en 30 minuten

Elke opgave is 7 punten waard



Tweede dag : dinsdag 19 juli 2011

Opgave 4.

Zij $n > 0$ een geheel getal. We hebben een balans en n gewichten met massa $2^0, 2^1, \dots, 2^{n-1}$. We moeten de n gewichten, één voor één, op één van de twee schalen van de balans plaatsen zo dat de rechterschaal nooit zwaarder is dan de linkerschaal. In elke stap kiezen we een gewicht dat nog niet op de balans staat en plaatsen het op de linker- of op de rechterschaal, totdat alle gewichten op de balans geplaatst zijn.

Bepaal het aantal manieren waarop we dit kunnen doen.

Opgave 5.

Zij f een functie van de gehele getallen naar de positieve gehele getallen (verschillend van nul). Stel dat voor alle gehele getallen m en n het verschil $f(m) - f(n)$ deelbaar is door $f(m-n)$.

Bewijs dat voor alle gehele getallen m en n met $f(m) \leq f(n)$ geldt dat $f(n)$ deelbaar is door $f(m)$.

Opgave 6.

Zij ΔABC een scherphoekige driehoek met omgeschreven cirkel Γ . Zij ℓ een raaklijn aan Γ en definieer ℓ_a, ℓ_b en ℓ_c als de lijnen verkregen door ℓ respectievelijk ten opzichte van de lijnen BC, CA en AB te spiegelen.

Toon aan dat de omgeschreven cirkel van de driehoek bepaald door de lijnen ℓ_a, ℓ_b en ℓ_c raakt aan de cirkel Γ .

Beschikbare tijd : 4 uur en 30 minuten

Elke opgave is 7 punten waard

Ziehier de individuele resultaten van het Belgische team. Elke vraag staat op 7 punten.

	vraag	1	2	3	4	5	6	totaal	resultaat
Stijn Cambie	(N)	7	0	1	6	4	0	18	Bronzen medaille
Alexander Fisch	(F)	7	0	1	7	2	0	17	Bronzen medaille
Benoît Legat	(F)	7	1	0	6	2	0	16	Bronzen medaille
Tim Seynnaeven	(N)	7	0	0	7	2	0	16	Bronzen medaille
François Staelens	(F)	7	2	0	1	1	1	12	Eervolle vermelding
Elias Moons	(N)	3	1	0	5	0	0	9	

Niemand mag twijfelen aan de wiskundige competenties van Stijn, Elias, Tim en hun Waalse evenknieën. Deze jongelui staan nog maar aan het begin van hun wiskundige en wetenschappelijke vorming, maar ze excelleren nu al zowel nationaal als internationaal. Het is een voorbode van een studieloopbaan en een carrière gevuld met hoogtepunten.

Aan de leerlingen die meer dan 28 punten scoorden, werd een gouden medaille uitgereikt. Wie meer dan 22 haalde, kreeg een zilveren medaille. Iedereen met minstens 16 punten behaalde een bronzen medaille (onder wie Stijn en Tim). Wie geen medaille behaalt, maar minstens één vraag volledig correct oplost, krijgt een eervolle vermelding.

		<i>Vlaamse deelnemers</i>	<i>Waalse deelnemers</i>
1993	Istanbul	7, 7, 8	13 (B), 10 (EV), 10
1994	Hong Kong	24 (B), 16 (EV), 15 (EV)	21 (B), 15 (EV), 14 (EV)
1995	Toronto	20 (B), 17 (EV), 1	18 (EV), 17 (EV), 10 (EV)
1996	Bombay	12 (B), 11, 5	17 (B), 15 (B), 15 (B)
1997	Mar del Plata	20 (B), 14, 7	21 (B), 16 (B), 10
1998	Taipei	29 (Z), 22 (B), 3	9, 5, 3
1999	Boekarest	12 (B), 5, 5	12 (B), 10, 7
2000	Taejon	13 (B), 5, 4	15 (B), 9 (EV), 5
2001	Washington	8, 5, 3	3, 3, 3
2002	Glasgow	13 (EV), 3, 3	19 (B), 11 (EV), 9 (EV)
2003	Tokio	10 (EV), 8 (EV), 5	22 (Z), 17 (B), 8 (EV)
2004	Athene	26 (Z), 10, 5	18 (B), 16 (B), 11 (EV)
2005	Mérida	26 (Z), 8 (EV), 8 (EV)	19 (B), 7, 6
2006	Ljubljana	13 (EV), 9 (EV), 8	17 (B), 14 (EV), 14 (EV)

2007	Hanoi	14 (B), 13 (EV), 8	15 (B), 15 (B), 13 (EV)
2008	Madrid	5, 3, 2	22 (Z), 15 (B), 14 (EV)
2009	Bremen	19 (B), 16 (B), 10(EV)	28 (Z), 13 (EV), 3
2010	Astana	14 (EV), 10 (EV), 8 (EV)	14 (EV), 11 (EV), 7 (EV)
2011	Amsterdam	18 (B), 16 (B), 9	17 (B), 16 (B), 12 (EV)

Belgische resultaten op de IMO tijdens de laatste jaren

met vermelding van gouden (G), zilveren (Z), bronzen (B) medailles en eervolle vermeldingen (EV)

Hoewel de IMO een individuele wedstrijd is en geen landencompetitie, kijken velen uit naar de officieuze lijst met de totaalscore van elk land. In 2007 nam Rusland even de eerste plaats over, maar sinds 2008 is China opnieuw dé onbetwiste nummer 1.

1	CHN	20	BRA	41	MAS	61	NOR	81	PAK
2	USA	22	MEX	41	SAF	62	BIH	82	CIV
3	SGP	23	IND	43	BEL	62	MAR	83	ECU
4	RUS	23	ISR	43	SUI	62	SVN	83	PRI
5	THA	25	AUS	45	LTU	62	TKM	85	TTO
6	TUR	25	HUN	46	MDA	66	UZB	85	URY
7	PRK	25	SRB	46	POR	67	ARM	87	IRL
8	POU	28	NLD	48	ESP	67	AZE	88	ALB
9	TWN	29	IDN	49	ARG	69	CRI	89	KSV
10	IRN	29	NZL	50	DEN	70	SAU	90	HND
11	GER	31	BLR	50	EST	71	CYP	90	VEN
12	JPN	31	PER	52	COL	72	BGD	92	BOL
13	KOR	31	VNM	53	MAC	73	LKA	93	KGZ
14	HKG	34	FRA	54	MNG	74	CHI	93	SYR
15	POL	34	SVK	54	PHI	74	ISL	95	MNE
16	UKR	36	AUT	54	SWE	74	LUX	96	SLV
17	CAN	36	HRV	57	FIN	77	TUN	97	GTM
18	UNK	38	KAZ	57	GEO	78	NGA	98	PAN
19	ITA	39	CZE	57	LVA	79	MKD	99	LIE
20	BGR	40	HEL	57	TJK	79	PAR	100	KWT
								100	UAE

Rangschikking van alle deelnemende landen op de IMO 2011 te Amsterdam

Niet onopgemerkt is de zevende plaats voor Noord-Korea. In 2010 is de volksrepubliek immers gediskwalificeerd wegens fraude, maar Noord-Korea betwist dat. Dit jaar heeft de Noord-Koreaanse teamleiding zich onttrokken aan alle vergaderingen van de jury, waardoor zij de vragen pas te zien kregen op het moment van de wedstrijd. Volgens sommigen bewijst de zevende plaats dat er ook vorig jaar niet werd vals gespeeld.

Alle mogelijk denkbare statistische informatie over de IMO kan worden geraadpleegd op www.imo-official.org.

Ook volgend jaar is er weer een internationale wiskunde olympiade. Voor het zover is, moet er nog heel wat getraind worden. Deze training is een van de minder bekende activiteiten van de *Vlaamse Wiskunde Olympiade*. Ook dit schooljaar zal een grote groep leerlingen die zich bij de VWO (of de JWO) positief laat opmerken uitgenodigd worden voor drie trainingsweekends. Op 8 juli 2012 vertrekken dan zes primussen naar Mar del Plata in Argentinië.

De jongere generatie kan alvast beginnen werken voor de IMO 2013 in Colombia. Of voor de IMO 2014 in Zuid-Afrika. Of voor de IMO 2015 in Thailand. Daarna is het eigenlijk wel eens tijd voor een IMO in ons land, want België heeft nog nooit een IMO georganiseerd. En als Nederland het kan...

Bart Windels <bart.windels@telenet.be>
Leider van het Belgisch IMO-team
Adj. Secretaris van de wedstrijdjury van JWO en VWO
Leo Heyrmanstraat 11, 9150 Bazel



*Het Belgische team op de IMO 2011 te Amsterdam.
V.l.n.r. : Bart Windels (leader), Philippe Niederkorn (deputy leader), Stijn Cambie,
Alexander Fisch, Tim Seynaeve, Elias Moons, Benoît Legat, Ria Van Huffel (observer)*
